



## Graphen, gut gezeichnet

### Gruppenarbeit 2. Tag

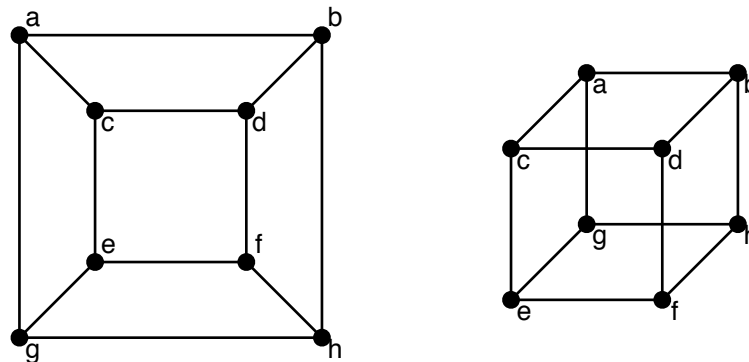


Abbildung 1: Zwei Graphen, gut gezeichnet?

In dieser Aufgabe werdet ihr euch mit Graphen befassen. Ein Graph  $G$  wird mathematisch durch die Angabe zweier Mengen  $V$  und  $E$  angegeben, kurz:  $G = (V, E)$ . Hierbei ist  $V$  die (endliche) Menge der Knoten und  $E$  die Menge der Kanten, also Angaben, welche Knoten miteinander verbunden sind. Es gibt ungerichtete Kanten und gerichtete; eine ungerichtete Kante zwischen zwei Knoten  $x$  und  $y$  wird durch die zwei-elementige Menge  $\{x, y\}$  repräsentiert, eine gerichtete Kante (grafisch dargestellt durch einen Pfeil) von  $x$  nach  $y$  wird durch ein geordnetes Paar  $(x, y)$  bezeichnet.

Beispiel: In Abbildung 1 oben sind zwei Graphen zu sehen, bei denen die Knoten mit Buchstaben bezeichnet sind. Der linke Graph ist definiert durch  $V = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$  und  $E = \{\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, g\}, \{b, d\}, \{b, h\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{d, f\}, \{e, f\}, \{e, g\}, \{f, h\}, \{g, h\}\}$

1. Wie man Graphen geschickt Computer-intern speichert und repräsentiert, hängt meist von den Operationen ab, die man besonders effizient unterstützen möchte. Macht euch darüber Gedanken und findet Beispiele für gute und schlechte Datenstrukturen für Graphen.

Insbesondere geht es in dieser Aufgabe darum, Graphen zu zeichnen. Eine Datenstruktur für die Zeichnung eines Graphen muss neben den zweidimensionalen Koordinaten der Knoten in der Ebene auch Informationen darüber enthalten, wie die Kanten gezeichnet sind: als gerade Strecken, als Bögen, etc.

In vielen Anwendungen kommt es darauf an, Graphen nicht nur irgendwie zu zeichnen, sondern so, dass die Zeichnung für den Benutzer anschaulich ist. Was eine anschauliche Zeichnung ist, darüber lässt sich trefflich streiten.

2. Die Abbildung 1 zeigt zwei Zeichnungen desselben Graphen. Welche Zeichnung ist besser oder schöner? Überlegt für jede Zeichnung mindestens ein Kriterium, das sie besser erfüllt als die andere.

Die folgende Aufgabe kann man konkret lösen. Wir erwarten von euch, dass ihr euren Algorithmus so detailliert beschreibt, dass er – im Rahmen eines kurzen Vortrags – nachvollziehbar ist.

3. Gegeben sei ein Baum mit genau einer Wurzel; jeder Knoten hat 0 bis  $k$  Nachfolger. Bei 0 Nachfolgern sprechen wir von einem Blatt, sonst von einem inneren Knoten. Die Wurzel soll auf einer Bildschirmseite (bzw. einem Blatt Papier) oben gezeichnet werden und mit zunehmendem Abstand von der Wurzel sollen die Knoten immer weiter nach unten gezeichnet werden. Es soll berücksichtigt werden, dass unsere Zeichenfläche ein bestimmtes Höhe-zu-Breite-Verhältnis hat, in das der Baum möglichst ästhetisch einzupassen ist, so dass die hierarchische Struktur optisch gut zur Geltung kommt.

Was ein gut gezeichneter Graph ist, hängt vom jeweiligen Anwendungsfall ab: will man z.B. eine Baum-artige hierarchische Struktur zeichnen oder ein U-Bahnnetz oder einen Graphen, der eine soziale Beziehungsstruktur darstellt, usw. Die Kriterien für die „schöne“ Zeichnung eines solchen Graphen können jeweils sehr unterschiedlich sein.

4. Findet weitere Anwendungsbeispiele für gut gezeichnete Graphen. Nennt für diese und für die oben genannten Beispiele Kriterien, die eine gute Zeichnung erfüllen soll.
5. Gegeben seien die geometrisch exakten Koordinaten der U-Bahn-Stationen einer Stadt, sowie deren Verbindungen. Die Aufgabe besteht darin, einen übersichtlichen U-Bahn-Netzplan zu zeichnen.

Das Bild auf der nächsten Seite zeigt ein gelungenes Beispiel. Welche Dinge wurden beim Zeichnen dieses Graphen vermutlich berücksichtigt? Welche besonderen Probleme waren zu lösen? Was war möglicherweise weniger wichtig?

Dass man diese Aufgabe niemals optimal lösen kann, ist klar. Aber versucht Konzepte für eine möglichst gute Lösung zu entwerfen. Welche Informationen werden benötigt? Kann die Interaktion mit einem Benutzer hilfreich sein? Wenn ja, wie?

